ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Γ Λυκείου ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ. 28

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87

Α3. **α.** Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

Α4. **α.** $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

β. $\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right)\cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β:

Β1. $5, 10, 15, 20, 25$

$$\bar{x} = \frac{25+10+5+20+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

$$B = x_{max} - x_{min} = 25 - 5 = 20$$

Β2. $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\nu}\left(ti-\bar{x}\right)^2}{\nu} = \frac{(5-15)^2+(10-15)^2+(15-15)^2+(20-15)^2+(25-15)^2}{5}$$

$$= \frac{100+25+0+25+100}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

Β3. $S = \sqrt{50} = \sqrt{25\cdot 2} = \sqrt{25}\cdot\sqrt{2} = 5\cdot\sqrt{2}$

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{5\sqrt{2}}{15}\cdot 100\% = \frac{\sqrt{2}}{3}\cdot 100\% = 33{,}3\sqrt{2}\% > 10\%$$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1. $f(x) = x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1, \quad x, \alpha \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 18x + \alpha$

$f'(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 - 18 + \alpha = 0 \quad \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \quad -15 + \alpha = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\alpha = 15}$

Γ2. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

Έστω $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης στης C_f στο σημείο επαφής $M(2, f(2))$.

Έχουμε $\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 = 12 - 36 + 15 = 27 - 36 = -9$

Άρα $(\varepsilon): y = -9x + \beta$

$f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1 = 8 - 36 + 30 + 1 = 3$

Οπότε $M(2,3)$

Όμως $M(2,3) \in (\varepsilon) \quad \Rightarrow \quad 3 = -9 \cdot 2 + \beta \quad \Leftrightarrow \quad \beta = 21$

Τελικά $\boxed{(\varepsilon): y = -9x + 21}$

Γ3. $f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x^2 - 18x + 15 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 5 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = 1 \;$ ή $\; x_2 = 5$

x	$-\infty$	1		5	$+\infty$
f '	+	0	−	0	+
f	↗	τ. μεγ	↘	τ. ελ	↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[5, +\infty)$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διαστήματα $[1, 5]$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 1$ το

$f(1) = 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 1 = 1 - 9 + 15 + 1 = 8$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 5$ το

$f(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 + 1 = 125 - 225 + 75 + 1 = -24$

Γ4. $\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-18x+15}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3\cancel{(x-1)}(x-5)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-5)}{x+1}=\frac{3(1-5)}{1+1}=\frac{-12}{2}=-6$

ΘΕΜΑ Δ:

Δ1. $f(x)=\frac{x}{x+1}$

Πρέπει $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$ άρα $Af=\mathbb{R}-\{-1\}$

$$f'(x)=\left(\frac{x}{x+1}\right)'=\frac{(x)'(x+1)-x\cdot(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$$

Δ2. $f'(2)=\frac{1}{(2+1)^2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$ άρα $\bar{x}=\frac{1}{f'(2)}=9$

$f'(1)=\frac{1}{(1+1)^2}=\frac{1}{4}$ άρα $S=\frac{1}{2\cdot f'(1)}=\frac{1}{2\cdot\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

Δ3. • Το ποσοστό των μαθητών που έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά είναι $\frac{95}{2}\%+\frac{68}{2}\%=81,5\%$.

Οπότε το πλήθος x είναι: $x=\frac{81,5}{100}\cdot 2000=1630$ μαθητές.

• Το ποσοστό των μαθητών που έχουν χρόνο επιστροφής πάνω από 15 λεπτά είναι $0,15\%$.

Οπότε το πλήθος y είναι: $y=\frac{0,15}{100}\cdot 2000=3$ μαθητές.

Δ4. Έστω y_i οι καινούριοι χρόνοι επιστροφής των μαθητών, τότε:

$y_i=x_i+3,\quad i=1,\ldots,2000$

Οπότε $\bar{y}=\bar{x}+3=9+3=12$ λεπτά

$Sy=Sx=2$ λεπτά.

Επιμέλεια απαντήσεων: Δελενίκα Μαρία